Vektorrechnung

Lernkarten 1: Lagebeziehungen

Blätter zum Bedrucken (Vorderseite + Rückseite)
und Ausschneiden

Grundlagen zu Pfeilvektoren

Untersuchung der gegenseitigen Lage von

Punkt und Gerade
Punkt und Ebene
Punkt und Viereck

Viereckformen

Noch keine Gleichungen

Datei Nr. 63501

Stand 9. Januar 2014

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Die einzigartige Reihe meiner Lerntexte zur Vektorgeometrie geht weiter.
Diese gibt es bereits:

Grundlagen:	**Vektorgeometrie ganz einfach: Einführung, gründliche Erklärung**		
Text 63005	Heft 1	Lineare Algebra und Pfeilvektoren	
Text 63100	Heft 2	Das Wichtigste über Geraden	
Text 63200	Heft 3	Das Wichtigste über Ebenen	
Text 63300	Heft 4	Lage und Schnitte von Geraden und Ebenen	
Text 64100	Heft 5	Berechnung von einfachen Abständen und Winkeln	
Text 64110	Heft 6	Berechnung von Abständen und Winkeln – komplizierter	
Lernblätter:	**Kompakt die wichtigsten Methoden zum Wiederholen**		
Text 63401	Teil 1	Lagebeziehungen	
Text 63402		Aufgabenblatt dazu	
Text 64201	Teil 2	Abstände und Winkel	
Text 64202		Aufgabenblatt dazu	
Trainingstext:	**Einfache Pflichtaufgaben, Praxis und Tipps**		
Text 63110	Teil 1	Lagebeziehungen von Punkten zu Punkten, Geraden, Ebenen	
Text 64150	Teil 2	Abstände und Winkel (in Arbeit)	
Lernkärtchen:	**Kompakt Methodenwissen, keine Rechnungen**		
Text 67501	Teil 1	Serie 1:	Lineare (Un-)Abhängigkeit von Vektoren u. a.
			Punkt und Strecke, Gerade, Ebene, Vierecke
Text 67502	Teil 2	Serie 2:	Geradengleichung, Ebenengleichung, Lage von Geraden und Ebenen.
Text 67502	Teil 3	Serie 3	Längen, Abstand Punkt-Gerade, Punkte-Ebene
		Serie 4	Abstand Gerade/Ebene zu Gerade/Ebene
Spezialtexte	**zu besonderen Themen**		
Text 63033	zu	Spiegelungen und Projektionen	
Text 63040	zu	Schattenaufgaben	
Text 63050	zu	Punktmengen, Geradenscharen, Ebenenscharen u.v.a.	
Text 63060	zu	Teilverhältnissen	
Texte 64030/1/2	zu	Flugrouten und Schiffspassagen (3 Texte)	
Texte 65011/2/3	zu	Kugeln	
Texte 66[illegible]1/2	zum	Vektorprodukt (Spatprodukt usw.)	

Und noch viele andere …

z. B. Lineare Algebra (lineare Gleichungssysteme mit und ohne Matrizenrechnung)

Anleitung zur Erstellung der Lernkarten

Drucken Sie die Frage-Seiten (mit den nummerierten Feldern) möglichst auf dickeres Papier aus und bedrucken dann die Rückseite mit den (unnummerierten) Antwortfeldern.
Es klappt auch mit <u>Duplexdruck!</u>

Dann können Sie aus jedem Blatt 18 Lernkärtchen ausschneiden (Schere oder besser noch Schneidemaschine).

Man kann sie mischen und sich selbst abfragen, oder auch mit einem Partner ein Spiel der Art gestalten, dass man sich gegenseitig abfragt. Die Kärtchen, die eine nicht korrekte Antwort erhalten haben, werden auf einen neuen Stapel gelegt, der dann nochmals an die Reihe kommt, so lange bis man alles weiß.

Meine Antworten sind natürlich nur **Vorschläge**, die man auch anders formulieren kann. Dennoch achte man darauf, dass man nichts weglässt. Oftmals sind Schüler da zu großzügig, und die Antwort ist folglich nicht ausreichend. Im Zweifelsfall können Sie auch eine *Anfragemail* an mich senden, wenn Sie unsicher sind, ob das anders auch möglich ist. post@mathe-cd.de

Da man auf den Antwortfeldern wenig Platz hat, muss die Antwort auch (gewollt) knapp ausfallen. In der Kürze liegt die Würze, darin kann aber auch ein Fehler sein.

Wie lerne ich diesen Stoff am besten?

Die Grundlage jedes Erfolges ist das **Methodenwissen**!

Wenn Sie eine Aufgabe lesen, sollten Sie sofort erkennen, welche Methode gefragt ist.

Fehlt dieses Wissen, kann man auch die Aufgabe nicht lösen.

Erst an zweiter Stelle kommt dann die **Routine** ins Spiel, die das sichere Durchrechnen bis hin zum Ergebnis erst ermöglicht.

Übungen zu diesen Fragen und Antworten finden Sie sehr ausführlich erklärt in den Texten, die auf der vorangehenden Seite gelistet sind.
Sie können sich aussuchen, welchen Schwierigkeitsgrad Sie benötigen:

Gründlich Einüben:	Dann benötigen Sie die **Grundlagentexte**.
Training für die Prüfung:	Dann sind vielleicht die kompakten **Wiederholungstexte** der **Lernblätter** günstiger oder sie entscheiden sich für das Training der **Pflichtaufgaben**.

Über eines sollten Sie sich auf jeden Fall klar sein:

Den Erfolg erreichen Sie <u>nicht</u>, indem Sie einige Seiten in diesen Texten nur <u>lesen</u>!

Dann erreichen Sie vielleicht ein gewisses Verständnis und können erleichtert sagen

„**Jetzt habe ich es kapiert**."

Doch zwei Drittel der Schüler, die sich damit zufrieden geben, einen Stoff verstanden zu haben, scheitern trotzdem in der Prüfung. Die oft gehörte Antwort lautet oft so:

„Ich konnte alles und hatte dann einen Blackout."

IRRTUM: Zwischen Verstanden haben und selbst machen können, liegt eine Arbeitsphase, die man ÜBEN nennt, und die einigen **Zeitaufwand** erfordert. Nur dadurch prägen sich die Methoden abrufbar ins Hirn ein. Nur so entsteht ROUTINE, nicht durch „Verstanden haben".

Guter Rat: Arbeiten Sie meine Aufgaben am Bildschirm durch, schreiben Sie dann eine Aufgabe ab, schalten den Bildschirm aus, und beweisen sich dann, dass Sie es auch alleine rechnen können.

Sie werden staunen, wie oft sie spicken müssen!

1.1

Was bedeutet es algebraisch,
wenn zwei Vektoren
linear abhängig sind?

1.2

Was bedeutet es geometrisch,
wenn zwei Vektoren
linear abhängig sind?

1.3

Wie kann man nachrechnen,
ob **drei** Vektoren
linear abhängig sind?

1.4

Was bedeutet es geometrisch,
wenn drei Vektoren
linear abhängig sind?

1.5

$\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ seien
linear unabhängig,
wie groß sind dann
r und s in
$\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$?

1.6

$\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ seien
linear unabhängig,
wie groß sind dann
x, y und z in
$\vec{o} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$?

1.7

Es gelte $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$
Sind dann $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$
linear abhängig
oder unabhängig.

1.8

Es gelte $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$
wobei $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$
linear abhängig sind.
Was kann man dann
über x, y und z sagen?

1.9

Was folgt aus
$2\vec{b} + 5\vec{c} = \vec{o}$
für die Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$?
(Keine Rechnung)

1.10

$2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c} = \vec{o}$
Was bedeutet das
für $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$?
(Keine Rechnung)

1.11

Es gilt sowohl $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$
wie auch $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.
Was folgt daraus für
diese der Vektoren?

1.12

Was bedeutet es,
wenn $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ eine
Basis des $\mathbb{R}^3$ sind?

Wenn zwei Vektoren **linear abhängig** sind, dann bedeutet das geometrisch, dass ihre Pfeile zueinander parallel sind	Wenn zwei Vektoren **linear abhängig** sind, dann ist ein Vektor ein Vielfaches des anderen. $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$
Wenn drei Pfeilvektoren **linear abhängig** sind, dann sind ihre Pfeile parallel zu einer Ebene im Raum.	Man kann ihre Koordinaten als Spalten für eine **Determinante** verwenden. Ist deren Wert 0, sind diese drei Vektoren linear abhängig.
Wenn $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ **linear unabhängig** sind, dann liefert der Ansatz $\vec{o} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ $x = y = z = 0$	$\vec{a}. \vec{b}$ und $\vec{c}$ seien **linear unabhängig**, dann hat die Gleichung $\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$ keine Lösung für r und s.
Wenn $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ gilt wobei $\vec{a}. \vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängig sind. dann gibt es für x, y und z beliebig viele Möglichkeiten (Lösungen)	Wenn gilt: $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, dann sind $\vec{a}. \vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängig.
$2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c} = \vec{o}$ bedeutet, dass $\vec{a}. \vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängig sind.	Aus der Gleichung $2\vec{b} + 5\vec{c} = \vec{o}$ folgt $\vec{b} = -\frac{5}{2}\vec{c}$. Die Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind also linear abhängig.
Sind $\vec{a}. \vec{b}$ und $\vec{c}$ eine **Basis** des $\mathbb{R}^3$, dann sind sie linear unabhängig, und man kann jeden anderen Vektor des $\mathbb{R}^3$ als **eindeutige Linearkombination** durch sie darstellen.	sowohl $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$ wie auch $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ gilt,. dann ist $\vec{b} = \vec{o}$ und $\vec{d} = \vec{a}$

1.13 Skizziere, wie man zwei Pfeilvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ **graphisch addiert**. (2 Möglichkeiten)	1.14 Skizziere, wie man zwei Pfeilvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ **graphisch subtrahiert**. (2 Möglichkeiten)
1.15 Wie berechnet man den Vektor $\overrightarrow{AB}$ aus den Koordinaten von A und B?	1.16 Was unterscheidet Pfeilvektoren und **Ortsvektoren**?
1.17 Was versteht man unter einer **„geschlossenen Vektorkette“**	1.18 Wie berechnet man den **Mittelpunkt** einer Strecke?
1.19 Wie berechnet man einen Punkt T, der eine Strecke AB im **Verhältnis** 2:3 teilt?	1.20 Für einen Punkt Q gilt $\overrightarrow{AQ} = r \cdot \overrightarrow{AB}$. In welchem **Verhältnis** teilt er diese Strecke?
1.21 Wie berechnet man den **Schwerpunkt** eines Dreiecks?	1.22 Wie überprüft man, ob 4 Punkte ein **Parallelogramm** bilden?
1.23 Wie untersucht man, ob **drei Punkte** auf einer Geraden liegen oder ein **Dreieck** bilden? (1. Methode)	1.24 Wie untersucht man, ob **drei Punkte** auf einer Geraden liegen oder ein **Dreieck** bilden? (2. Methode)